6

Elementorum Euclidis Megarensis
Deffinitiones

Punctum est cuius nulla pars est ut punctus A. potest esse et initium et finis lineę, et punctum contactus diuisionis et coniunctionis.

A

Linea quę intelligitur fluere ex puncto est longitudo latitudinis expers et hęc tamquam in duo genera suprema diuiditur nimirum in rectam et obliquam

Recta est quę ex equo suo interiacet punctis, hoc est cum eadem recta linea punctis intelligitur terminata nullam partem habet quę non intelligatur recte interiacere inter eadem puncta recta est linea. A. B.

A B

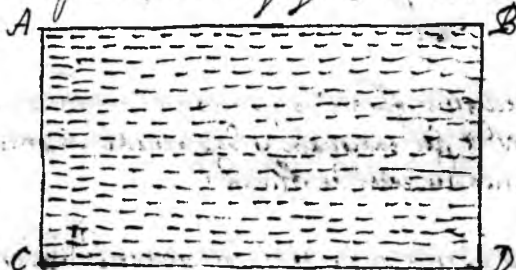
Obliqua vero est omnis alia linea quę non habeat partes suas ita rectas interiacentes inter puncta terminantia, et hęc multiplicem habet differentiam cum alia sit circularis alia ouata pluralis, et alia quęcumque linea quę recta non sit ut linea A. B. C. D.



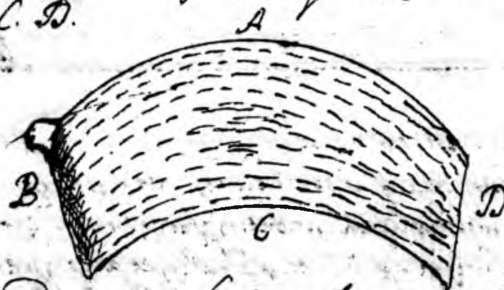
Ex lineis tamquam ex terminis oritur superficies quę longitudinem latitudinemque tantum habet et hec etiam in duo genera diuiditur, hoc est in superficiem planam

sive

sive rectam et obliquam, plana est que ex equo duas interiacet lineas, que habet easdem lineas, et terminis inter illas nullam habet partem que non sit ex equo posita, ut est superficies. A. B. C. D.



Obliqua est alia quecumque superficies que non habeat omnes sui partes ita ex equo dispositas, sed ex eminis depressas et erit concaua uel partim depressa partim eleuata, ut A. B. C. D.

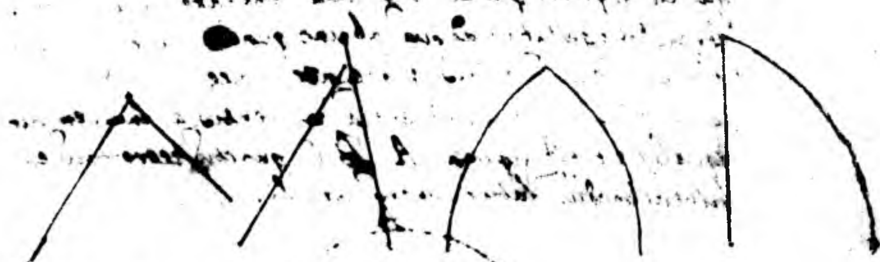


Angulorum quidam sunt plani, quidam vero solidi

Planus angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangentium et non indirectum iacentium alterius inclinatio ubi aduertendum est, attentiam, et quantitatem anguli totam esse sitam in huiusmodi duarum linearum inclinatione nihil ascendendo, ad longitudinem et qualitatem linearum; linee quae angulum continent fuerint recte angulus erit rectilineus si oblique linee et curue angulus erit curuilineus, si una

recta

recta, et altera curva mistilineus



Triplex est angulus rectilineus, nimirum rectum obliquum et acutum.

Angulus rectilineus planus, est rectus quando recta linea ita super aliam rectam consistit ut faciat qui sunt hinc inde equales et propterea vterque illorum est rectus, et linea insistiens dicitur perpendicularis sicut est linea insistiens A. faciens Angulos A.B.D. hinc inde positus equalis, ac proinde rectus, si vero linea insistiens faciat angulos inequales sicut faciat insistiens A. maior Angulus erit obtusus ut A.B. C. minor erit acutus ut A.B.D.

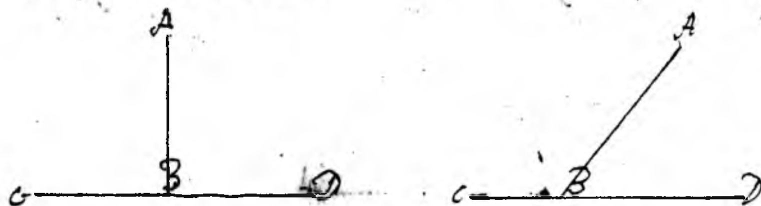
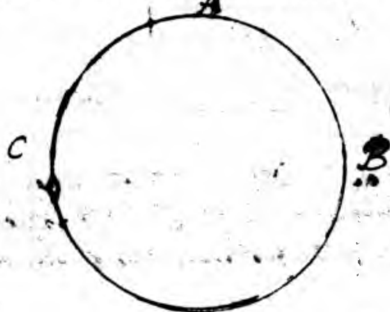


Figura est que sub aliquo vel aliquibus terminis comprehenditur hoc est ambitus, et non solum terminatus, ut excludatur

diuidatur linea que licet diminitur a punctis non tam comprehenditur.

Inter figuras planas omnium simplicitenens est circulus qui est figura plana una linea contenta que circumferentia apellatur ad quam ab vno puncto introrsum medio existentium, omnes prodeuntes linee in quibus in ipsius circuli circumferentiam incidentes ad inuicem sunt equales vt est figura A. B. C. punctum introrsum existens medium habetur centrum circuli.



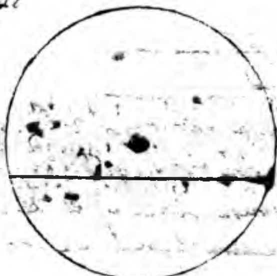
Diameter autem circuli est recta quedam linea per centrum ductum et est ex vtraque parte in circuli piferiam terminata que circulum bifariam seccat

Semicirculus est figura que continetur sub diametro et sub ea linea que de circuli piferia aufertur.



Si circulus diuidatur per aliam lineam que non transeat per centrum et ex vtraq parte circuli periferia sit terminata

nato, circulus erit diuisus in duas figuras inequales, et maior erit illa in qua reperietur centrum et propterea dicitur maius segmentum circuli, minor uero ea, que caret centro, et dicitur minus segmentum eiusdem circuli

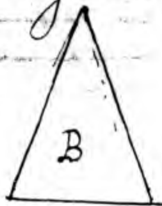


Sunt alie figure plane curui linea sed circulus est figura inequalis, et hec precipue attendit a Geometria

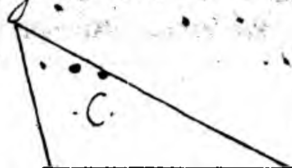
Post figuram circularem sequuntur figure recti linee que sub rectis lineis continentur, et primo loco veniunt trilatere que tribus rectis lineis ambiuntur harum figurarum deferentia geri potest tam ex lateribus quam ex angulis, si ex lateribus geratur vel est triangulum equilaterum, quod tria latera habet equalia vt triangulum A.



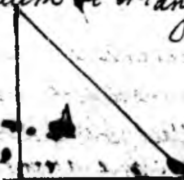
Vel est isosceles quod duo tantum habeat equalia latera ut triangulum B.



Vel scabenum omnia tria habet inequalia ut est triangulus C.



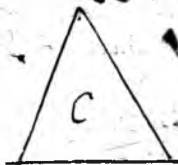
Si vero differentia trilateraz figuraz petatz ex angulis vel est triangulus rectangulus quod rectum habeat angulum ut triangulus A.



Vel obligonius quod obtusum est triangulus B.



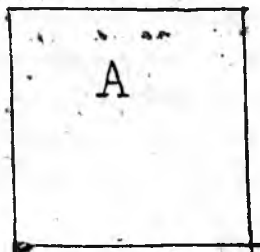
Vel oxigonius quod tres habet angulos acutos ut triangulus C.



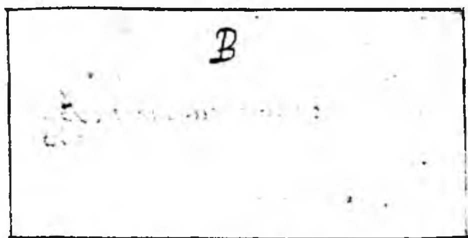
Tril

Trilateris figuris succedunt figure quadrilatere que sub quatuor lineis continentur et harum differentia est quinduplex vel enim est quadratus

drabus quod et equilaterus et rectu angulus est ut quadratu A



Vel figura altera parte longior que rectangula quidem sed equilatera nō est ut est B.



Vel rombus qui figura equilatera sed rectangula nō est ut est C



Vel Romboides qui aduersa, et latera, et angulos habens inter se equales, neque equilatera est neq rectangula ut Est figura D.

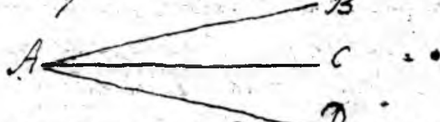


Vel trapezita suqua comprehenduntur tres aliæ figuræ quadrilateræ

Primæ etiam figuræ quadrilateræ dicuntur Paralelograma quia bina illoz oposita latera sunt paralela seu equidistantia; Post quadrilateras figuras veniunt pentagoræ idest quinque contentæ sub lineis; Exegonæ sex; Eptagonæ Septem, et aliæ multilateræ figuræ inumeræ.

Petitiones sive Postulatus

1 Postulatus ut a quovis puncto in quovis punctum recta lineam ducere concedatur ut sunt lineæ. A.B. A,C. A.D. A puncto A. id concedi debet ex definitione essentiali ipsius Lineæ cum n. a quolibet puncto ad quolibet punctum poterit duci Linea. A B



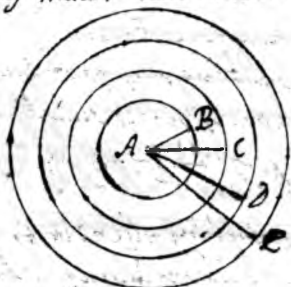
2 Rectam Lineam terminatam producere ut exempli gratia linea A.B produci posse concedatur usque in E et e, in D. et sic in infinitum id concedendum est ob eadem rationem superius alatam cum semper recta possit ultro punctum fluere A B C D E F

3 Quovis centro et intervallo circulum describere ut exempli gratia ex centro A. tam ad intervallum B. quam ad intervallum C. D. E. F

Data enim quacumque Linea terminata cuiuscumque longitudinis si hec concipiatur aplicata uni puncto secundum unum extremum et circumduci secundum alium donec revertatur unde primum discessit describatur circulus

Quacumq magnitudine data sumi posse aliam vel maiorem vel minorē

Hoc intelligi debet de qualitate secundū illa dimensionem quam [illegible] et concedendū est a paritate quantitatis discretę sicut in dato quocumque numero alius minor aut maior dari potest.



Axiomata

1 Quę eidem equalia et inter se sunt equalia   A B C
ut si linea A est equalis lineę B, et linea C est equalis eidem lineę B. linea A C erunt inter se equales et hoc principiū est similium illi Philosophico: Quę sunt eadē uni tertio sunt eadem inter se

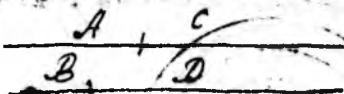
2° Et si equalibus equalia adiciantur, erunt omnia equalia ut si lineis A. et B equalibus adideris C. et D. equalis tota linea erit equalis, alioqui si una esset maior plus illi esset adiectū.

3° Et si ab equalibus equalia auferantur quę relinquentur erunt equalia, ut si [illegible] lineis equalibus [illegible]

por

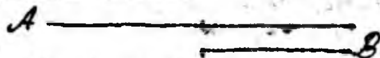
portionem C et D. equales remanebunt A et B.
inter se

4° Et si inequalibus equalia adjungantur omnia inequa-
lia erunt ut si lineis A et [illegible] inequalibus addideris C et D
equales, ~~remanebunt~~ lineą ~~tota equalis~~, A et B erunt
inequales

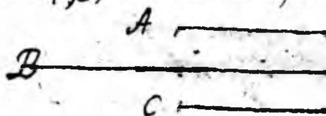


5. Et si inequalibus equalia auferantur, reliqua inequa-
lia erunt, ut si lineis pro[illegible] inequalibus demseris
C et D equales, remanebunt lineę A et B inequales
~~Et si inequalibus equalia auferant, reliqua inequalia erunt~~
~~ut si lineis~~

6 Quę eidem duplicia sunt ad inuicem sunt equalia et quod
unius equalium duplum est, duplum est et alterius equalium [illegible]
magnitudinibus equalibus uni tertię equales abundat excessus
sic lineę A, C. sunt equales quia vtraque est dupla eiusdem
lineę B et linea B quia est dupla lineę A est etiam
dupla lineę C equalis ipsi lineę A, ac pariter quę eius-
dem sunt triplicia quadruplicia & inter se sunt equa-
lia propter allatam rationem.

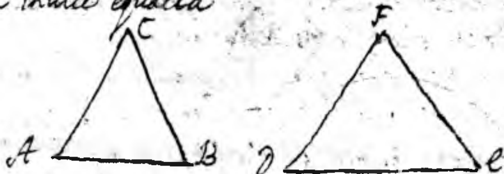


7 Et quę eiusdem sunt dimidia inter se sunt equalia, pre-
terea quod ab eadem magnitudine equalia abscindantur ex-
cessus sicque sit linea A dimidium lineę B, et linea C dimi-
dium eiusdem lineę B, linea A et C erunt equales ad inuicem



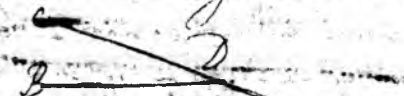
et quę ab

8° Et que sibi met ipsis conveniunt equalia sunt ad invicem
Hoc est si super possitione due recte linee intelligantur
convenire in limitibus et due superficies in lateribus et
angulis et que sunt similia similibus ex omni parte
conveniunt ea oportet esse ad invicem equalia et e contra
sit triangulum A B C, et triangulum D E F, si tres anguli
et latera primi trianguli utrumque utrique erunt hec tri:
angula invicem equalia



9° Totum est sua parte maius A ——C—— B
Cum n. totum nil est aliud quam tres partes integrales simul
una pars erit minor toto sic tota linea A B maior
est eius parte A C.

10 Due recte linee unum et idem segmentum commune



Intelligitur quando constituunt duas lineas, sic implicat
ut linea A B, A C habeant commune A D, esset.n.
renomo linee recte nam iste due recte linee non ex equo
sua interijciunt puncta quando autem due recte li:
nee constituunt unam tantum rectam lineam non implicat
illas habere segmentum commune, linea enim A D, et
linea B C habent commune segmentum

11 Due recte linee in uno puncto coniuncte si producantur

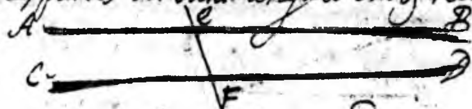
ambę necesario se mutuo in vno puncto intersecabunt



Vt si linea A B, et linea A C concurrentes in puncto B pro-
ducant intersecabunt se inuicem in B in quo concurrunt, et
id ob rationem lineę rectę pariter non aliogin non interiacente
ex ęquo sua puncta

12 Omnes anguli recti sunt inter se equales
Varietas angulorum orit a varietate inclinationis li-
nearum in omnibus autem angulis rectis semper est eadem inclina
tio nec augeri nec minui potest ad augumentum uel decre
mentum linearum. Hoc idem demonstrari potest p. supra propozi-
tione

13 Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos ad
easdemq. partes ~~vbi bus~~ angulos duobus rectis minores faciat.
Duę illę rectę lineę in infinitum productę sibi mutuo inci
dent ad eas partes vbi sunt anguli duobus rectis minores



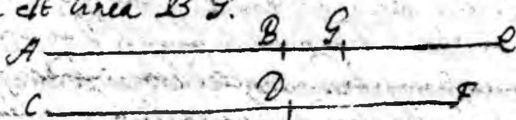
Quoniam plus inclinant ad inuicem partes E B, F D quam
alię partes A C, C F, quare quanto magis partes E B
et F D producent tanto propiores efficient donec con-
currant



Duę rectę

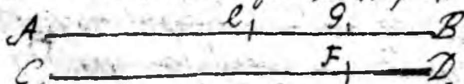
14 Duę rectę lineę spatiū nō comprehendunt
Patet ex definitione lineę rectę s.n. ex una parte coeant ita ut faciant angulū ex altera semp magis recedunt ab inuicē quare ut claudat spatiū hoc est efficiat superficiē undiq clausā requiretur saltē altera linea quę efficiat triangulū

15 Si equalibus inequalia adijciant͡ erit totoꝝ excessus adiunctorū excessui equalis
Hoc est si lineis A B, C D equalib͡ addant͡ inequales B C, D F tota linea A C maior erit C F quantum est maius additamentū B C additamento D F hoc est quanta est linea B G.



16 Si inequalibus equalia adiungant͡ erit totoꝝ excessus eoꝝ excessui quę a principio erat equalis
Proxima superiori figura tota linea A C superat totā lineā C F quantū linea A B C superat lineā D F qui excessus est linea B G.

17 Si ab equalibus inequalia demant͡ erit residuū excessū excessui ablatoꝝ equalis
Si n. a lineis A B, C D, dempseris B C, D F inequalis Linea maior residua C A excedit lineā residuā minorē A C quantū linea maior oblata B C superat lineā minorē pariter ablatā D F qui excessus est linea C G



18 Et si ab inequalibus equalia demant͡ erit residuū excessus excessui totoꝝ equalis

Sit

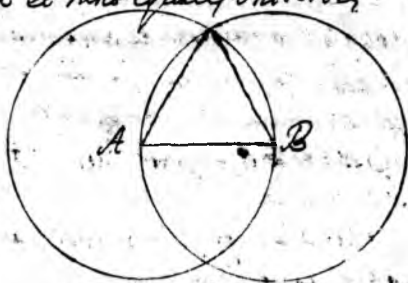
Sit linea A B que excedat lineā C D, G B, si ab lineis dempseris duas partes equales nimirū A E, F C, linea residua A B, excedit aliā lineā residuā F D pariter G B



19 Omne totū equale est omnibus suis partibus simul sumptis idē .n. est totū ac omnes partes simul sumpte &

Propositiones

1 Prima demonstratione Euclidis ostendit triangulū sup dato lineā A B esse equilaterū quia habet tria latera equalia, ostendit autē in dato triangulo tria latera esse equalia quia sunt lineę ductę ab eodem centro ad eandē circumferentiā et sunt equales universię

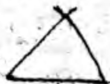


Praxis huius problematis erit si centro facto in uno ex terminis lineę datę ad aperturā illius lineę descripseris arcū circuli deinde ad eamdem aperturā centro facto in altero termino eiusdem lineę duxeris aliū arcum circuli, a puncto .n. ubi duo hi arcus se intersecant ductę lineę efficient triangulū equilaterū



Triangulū

Triangulum Isoceles eodem modo describatur ad aperturam tamen vel maiorem vel minorem quam sit linea data



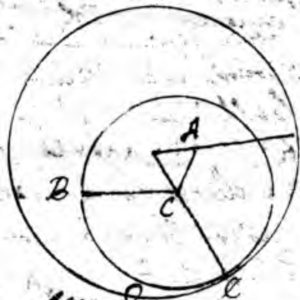


Scalenum efficias si descripseris ex uno termino lineæ datæ arcum ad aperturam maiorem eadem linea data et rursus ex alio termino eiusdem lineæ ad aperturam ad hunc maiorem alium circulum



Problema 2.um propositio 2.^a

Ad datum punctum datæ rectæ lineæ equalem rectam lineam ponere. In hac demonstratione probat lineas AG, BC, esse interse equales quia sunt equales uni tertiæ nimirum G,C, et huius demonstrationis medium est illud axioma quæ sunt equalia uni tertio sunt equalia interse

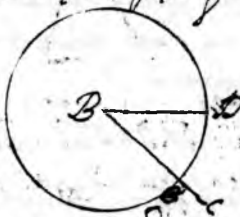


Prob.^ma 3.um propos.^o 3.^a

Duobus datis rectis lineis inequalibus de maiore equalem minori rectam lineam detrahere A

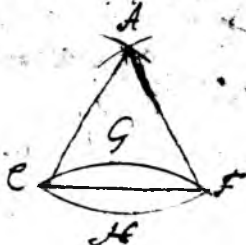
Demon

eodem medio
Demonstrat quod in 2ª demonstrationum de maiori linea CB detracta est linea CB que quia est equalis linee DB, est equalis linee A, que rationis equalis ipsi DB.



Theorema primum propositio 4ª

Si duo triangula duo latera duobus lateribus equalia habeant utrumque utrique habeant vero et angulum angulo equalem sub equalibus rectis lineis contendunt et basim basi equalem habebunt erit triangulum triangulo equale ac reliqui anguli reliquis angulis reliquis angulis equales erunt utraque utrique sub quibus equalia latera subtendunt videlicet si triangulum ABC habuerit duo latera equalia lateribus alterius trianguli DEF et angulum BAC equalem angulo EDF etiam bases horum triangulorum erunt equales et totum triangulum toti triangulo et omnes anguli sunt equales quia si intelligantur hec duo angula superposita congruent sibi mutuo aliquin due recte linee CGF et CF vel linee CF et CHF clauderent spatium





Theorema

Theorema 3nd propos. Quinta .V.

Isoscelium triangulorum qui ad basim sunt anguli inter se sunt equales et productis equalibus rectis lineis qui sub basi sunt anguli inter se equales erunt.
Sit triangulum isosceles A B C anguli supra basim A B C, et A C B erunt equales quia si auferantur equalia triangula B C F, C B D ab equalibus triangulis A B F, A C D qui remanent anguli A B C, A C B, A C B sunt equales. 2° obtentis angulis infra basim esse equales nimirum angulos A B C, et F C B quia equalibus oponuntur lateribus et existunt supra communem basim



Theorema 3nd propos. Sexto VI

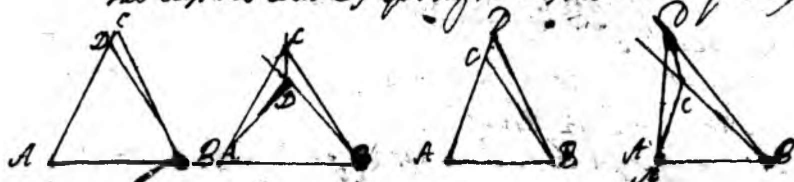
Si trianguli duo anguli equales inter se fuerint et sub equalibus angulis subtensa latera equalia inter se erunt si anguli A B C, A C B sunt equales etiam latera A B, A C erunt equalia si n. non sunt equalia abscindatur si fieri potest verbi gratia ex maiori A B in D latus A D cui sit equale ipsi A C
Jam hoc posito sequeretur quod duo triangula A C D

DCB erunt equalia totum et pars quod est absurdum

Theor: 4. propos: VII

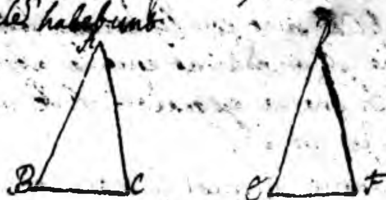
Super eadem recta linea duabus eisdem ~~[illegible]~~ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ equales utraque utrique non constituentur ad aliud atque ad aliud punctum ad easdem partes eosdemque terminos cum duabus initio ductis rectis lineis habentes

Nam si ponantur aliæ lineæ equales dabis AC. DB quæ coincidant in alio puncto quam in C hoc punctum aut erit in altera rectarum [illegible] ut in puncto D in prima figura aut intra triangulum in puncto D in secunda figura aut extra triangulum in D ut in 3a. figura aut in tali loco ut posteriores duæ lineæ ambiant priores duas in D, ut in ultima figura nihil autem horum dici potest nam vel sequeretur partem equalem toti aut angulos Isoscelis sub basi vel contra eos qui supra basim esse inequales



Theor. V. propos. 8a

Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus utrumque utrique equalia ~~[illegible]~~ vero et basim basi equalem angulum quoque sub equalibus rectis lineis contentum angulo equalem habebunt

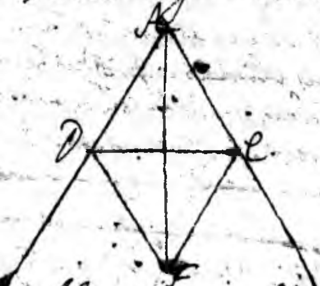


Nam si triangulum ABC habens latera et basim equalia triangulo DEF utrumque utrique intelligatur illi superponi congruentibus mutuo eorum basibus quae ponuntur aequales et congruentibus eorum lateribus et punctum A non cadere poterit alio quam in D ut demonstratum est propositione proxime superiori

Problema 4. propositio 9.

Datum angulum rectilineum bifariam secare

Anguli DAF et FAE sunt equales quia latera DAF et basis DF trianguli DAF sunt equalia lateribus et basi trianguli FAE utrumque utrique igitur et angulus DAF angulo EAF, 8 octavae primi



Praxis huius problematis erit e centro A, abscindantur duae rectae equales DE cuiuscumque magnitudinis ex centris D et E, ad quamcumque distantiam describantur duo arcus sese secantes in B, linea educta ab A in B dividet datum angulum bifariam



1 ... Problema V. propos: X

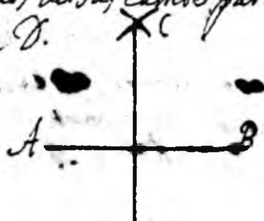
Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

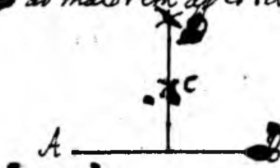
Super lineam datam erecto triangulo equilatero et diviso bifariam, recta dividens secat lineam datam que divisa erit quoque bifariam. Nam cum duorum triangulorum A C D, D C B latera et anguli ad C, sunt equales, erunt etiam bases inter se equales



1 Praxis

Ex centro A ad quodvis intervallum quod tamen dimidium lineæ A B excedat ducens duo arcus unus superne ad C alter inferne ad D et ex centro B ad eandem aperturam ducantur duo pariter arcus intersecantes priores recta n. C D dividet datam lineam bifariam. Si arcus inferne duci non possunt quod linea data sit in extremo verbi gratia alicuius plano descriptis ad C duobus arcubus describemus alios duos versus eamdem partem ad ad maiorem aperturam in D.



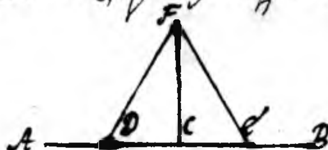


Prob: VI. propos: XI.

Data recta linea a puncto in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare

A puncto C sumptis hinc inde duabus lineis equalibus C. D

CD, CE, et super hoc latere recto triangulo equilatero linea ex F ad C erit perpendicularis quia ut bases et latera triangulorum DCF ~~[illegible]~~ ECF sunt equalia erunt anguli ad C equales ~~[illegible]~~ atque adeo recti.



Praxis

Ex puncto C abscindantur utrinque lineae equales CD, CF et ex D et E describantur duo arcus secantes se se in F, recta namque FC erit perpendicularis

